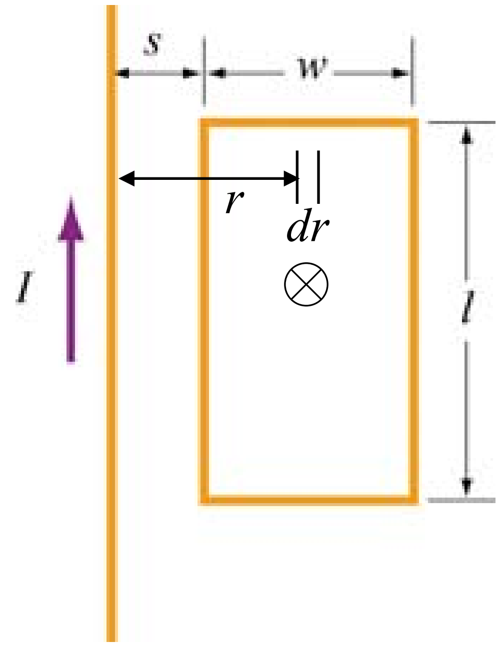
Lei de Faraday continuação

Alguns problemas resolvidos

Fio infinito percorrido por uma corrente elétrica dependente do tempo $I(t)= a+ bt$. Cálculo da corrente elétrica induzida na espira adjacente.

$$I(t) = a + bt$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi_B = \int d\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_s^{s+w} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{s+w}{s}\right)$$

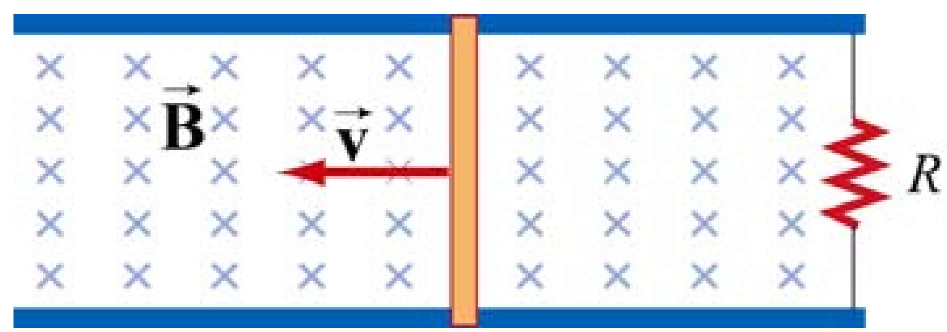
$dA = l\, dr$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{s+w}{s}\right)\right] = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{s+w}{s}\right) \cdot \frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 b l}{2\pi} \ln\left(\frac{s+w}{s}\right)$$

Corrente induzida na espira $\longrightarrow I_{ind}$ $\circlearrowleft$

Problemas resolvidos

Uma barra condutora de comprimento l pode deslizar livremente sobre dois trilhos paralelos, também condutores, sobre uma mesa horizontal. As extremidades da direita dos trilhos estão conectadas por um resistor de resistência R, como ilustra a figura. Um agente externo desloca a barra condutora para a esquerda com velocidade constante v. Calcule a potência elétrica dissipada no resistor e a força necessária para manter a barra com velocidade constante.



$\otimes \; d\vec{S}$

$$\Phi = B\ell x \quad \Rightarrow \quad \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\ell v \qquad I_{ind} \quad \circlearrowleft$$

$$\epsilon = Ri = B\ell v \quad \Rightarrow \quad i = \frac{B\ell v}{R} \qquad P = \epsilon i = \frac{(B\ell v)^2}{R}$$

$$\boxed{F = i\ell B = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)\ell B = \frac{(B\ell)^2 v}{R}}$$

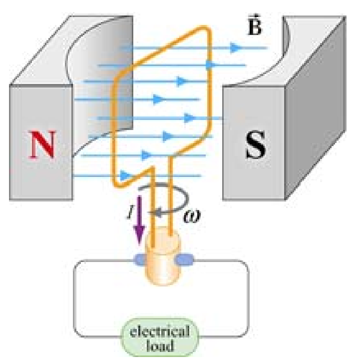
Força que o campo faz sobre o fio

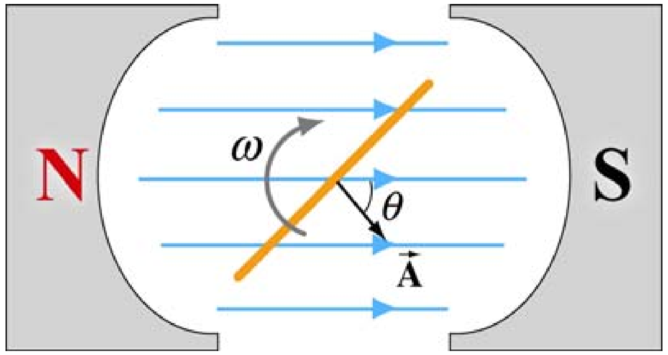
Força que o agente externo deve fazer

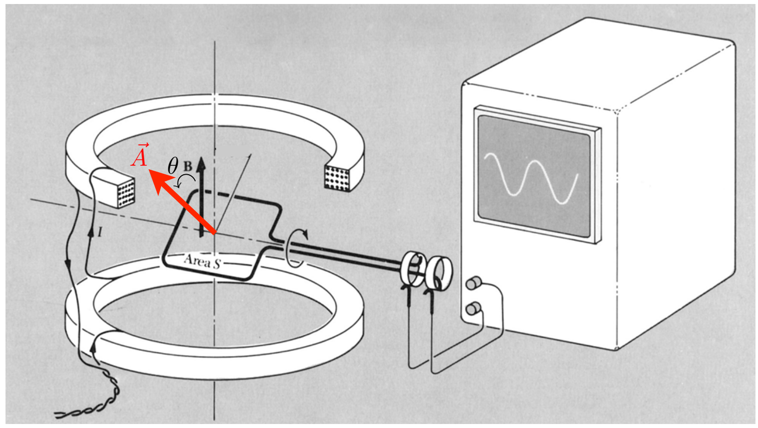
Problemas resolvidos

Gerador de corrente alternada:

Vista de cima







$$\Phi_B = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A} = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega\sin\omega t$$; com N espiras

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = NBA\omega\sin\omega t$$

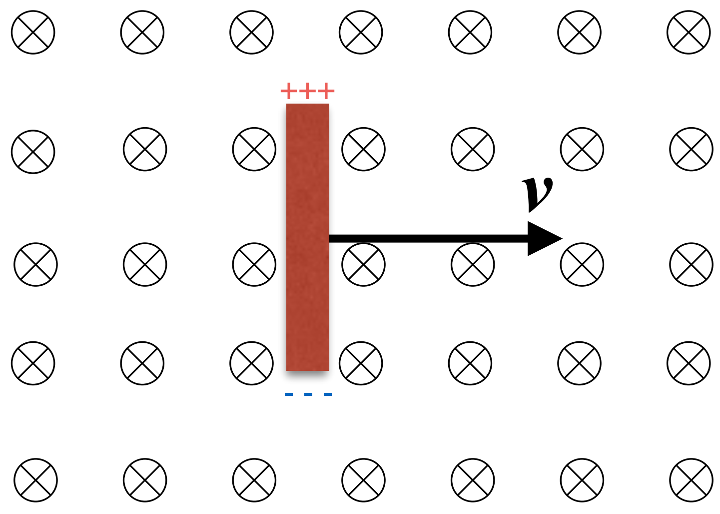
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{NBA\omega}{R}\sin\omega t$$

$$\epsilon = \epsilon_0 sin\omega t \qquad \boxed{\epsilon_0 = NBA\omega}$$

$$I = I_0 sin\omega t \qquad \boxed{I_0 = \frac{NBA\omega}{R}}$$

Problemas resolvidos

Barra condutora de comprimento l movendo-se com velocidade constante $\boldsymbol{v}$ na presença de um campo magnético uniforme $\boldsymbol{B}$, perpendicular ao plano da barra. Cálculo da f.em. induzida na barra.

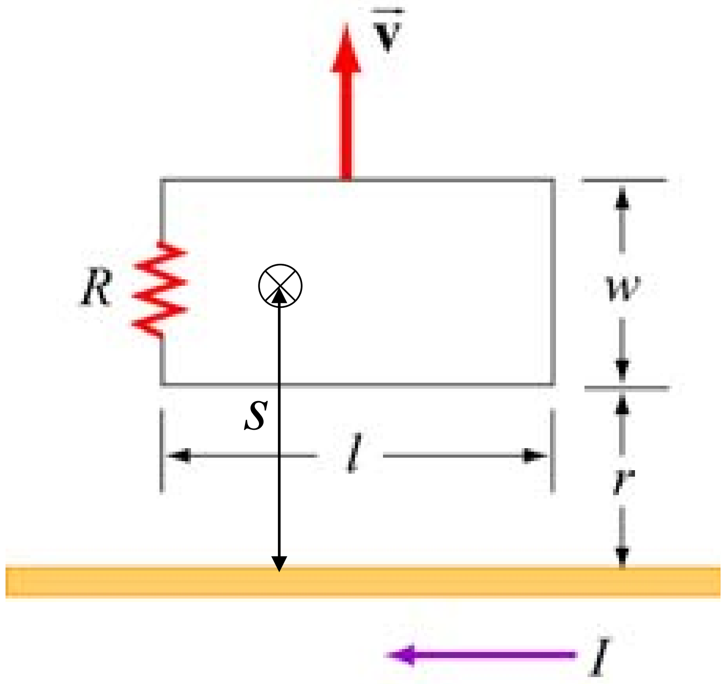


$$qE = qvB \quad \Rightarrow \quad E = vB$$

$$\epsilon = \int \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad \Rightarrow \quad \epsilon = E\ell \quad \Rightarrow \quad \boxed{\epsilon = v\ell B}$$

Problemas resolvidos

Uma espira de comprimento l e largura w afasta-se com uma velocidade constante $\boldsymbol{v}$ de um fio infinito percorrido por uma corrente elétrica I. Calcular a corrente elétrica induzida na espira quando sua parte inferior estiver a uma distância r do fio.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \qquad d\Phi_B = \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} l\, ds$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_r^{r+w} \frac{ds}{s} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 I l}{2\pi} \frac{d}{dt}\left(\ln\frac{r+w}{r}\right) = -\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\left(\frac{1}{r+w} - \frac{1}{r}\right)\frac{dr}{dt} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \frac{wv}{r(r+w)}$$

$$\boxed{I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi R} \frac{vw}{r(r+w)}}$$

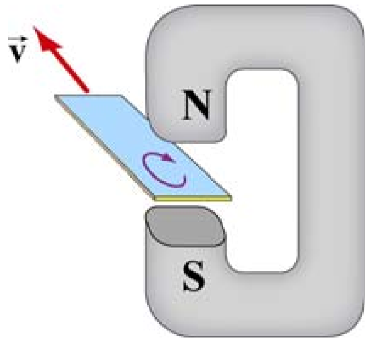
Corrente induzida opõe-se à variação do fluxo

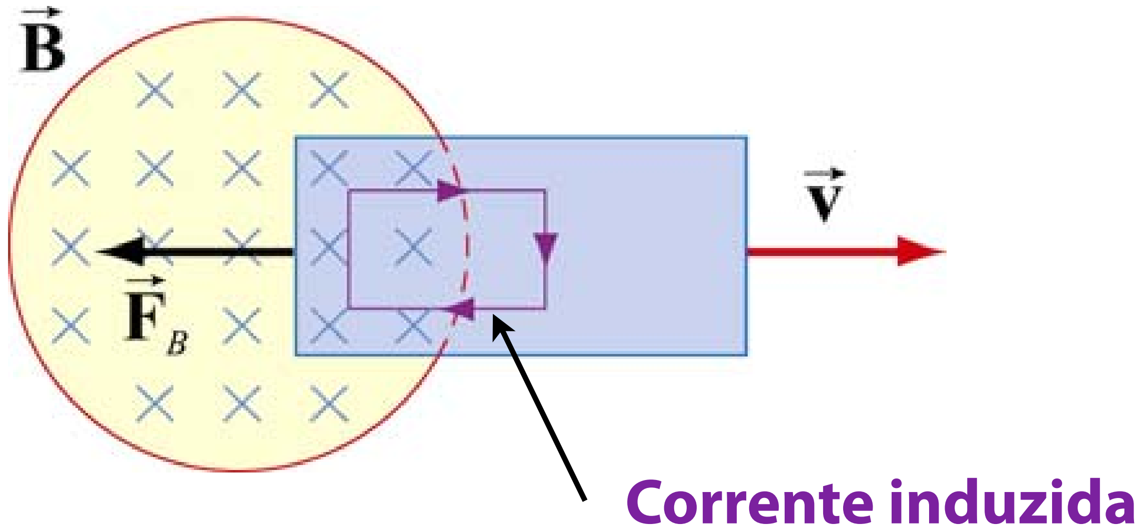
Imã caindo

Corrente induzida na espira condutora retarda a queda do imã

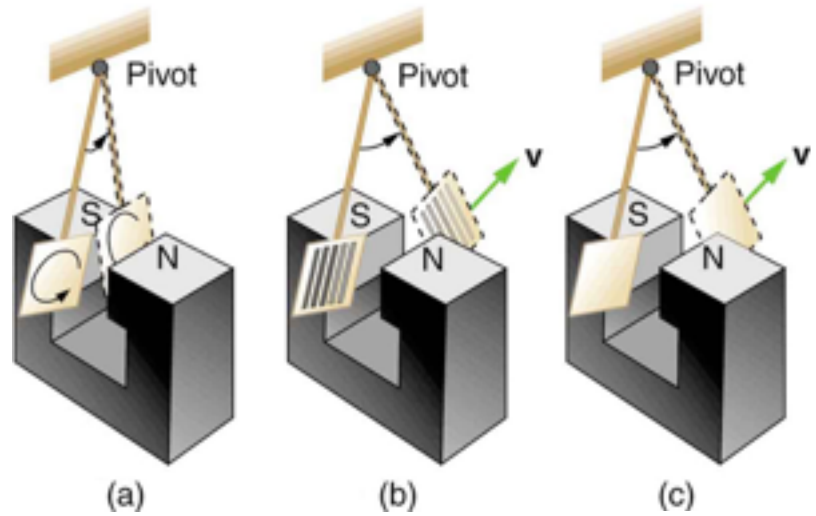
Parte da energia cinética do imã é dissipada, na forma de calor, por efeito Joule na espira

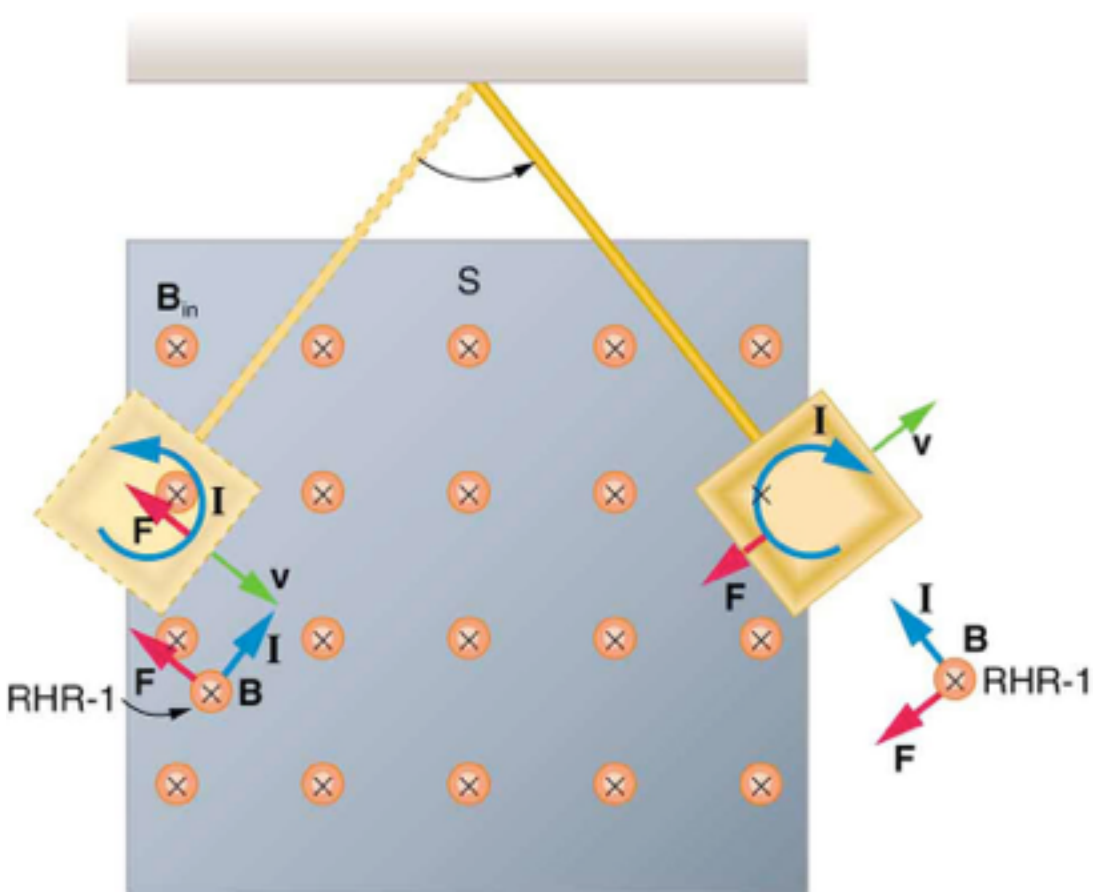
Correntes de Foucault dissipam calor por efeito Joule

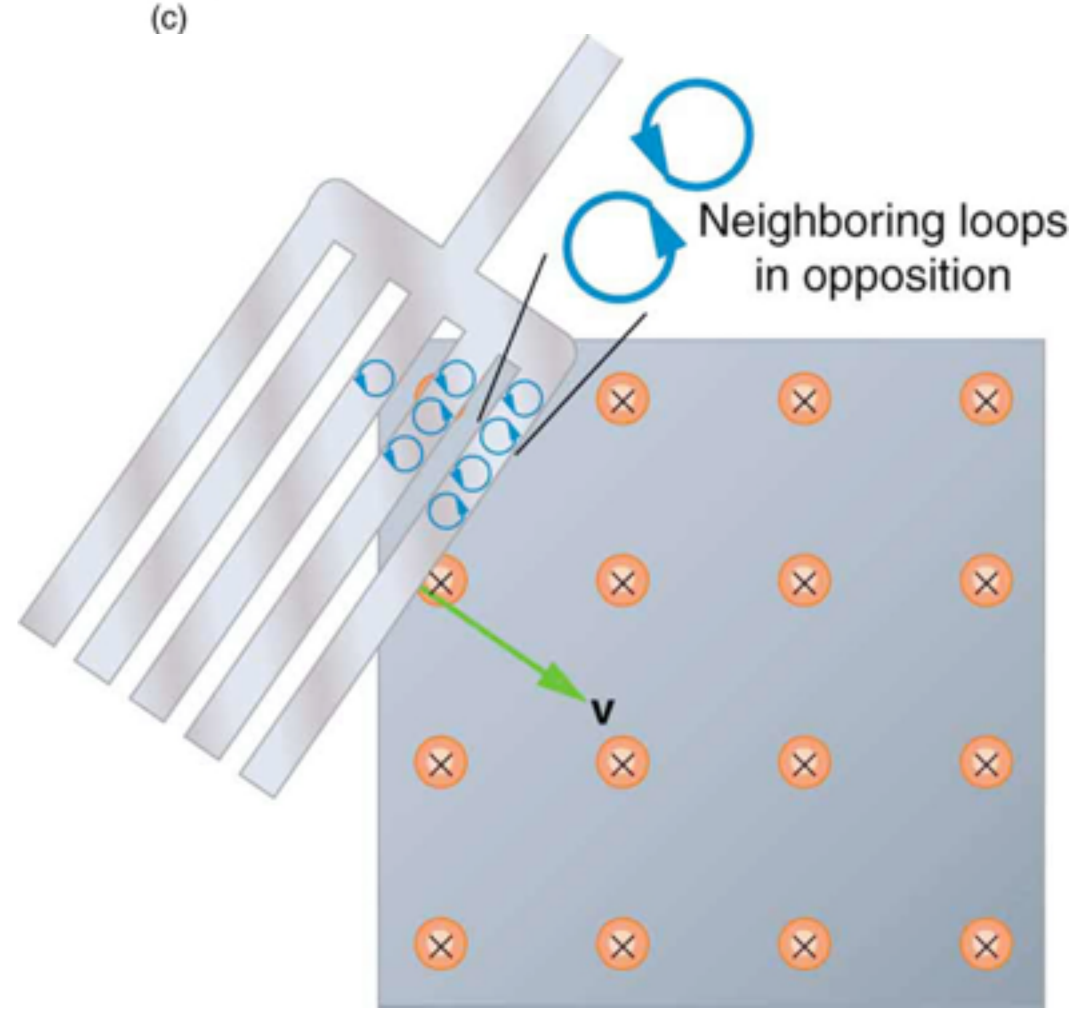




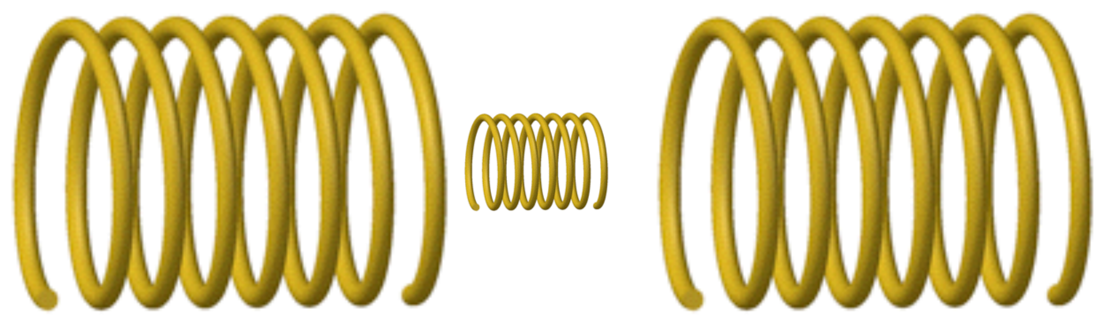
Correntes de Foucault dissipam calor por efeito Joule

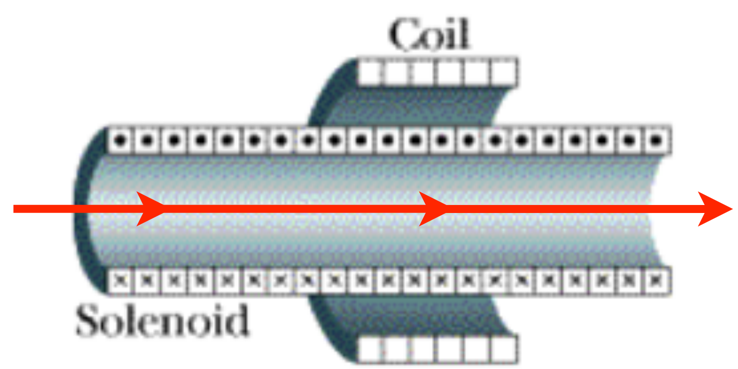




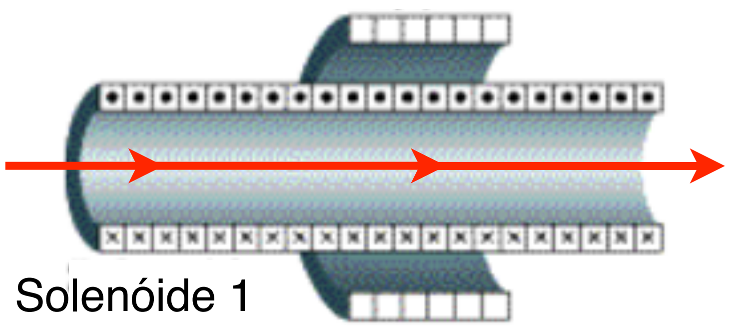


Indutância mútua e auto indutância





Indutância mútua e auto indutância



Solenóide 1 de raio de interno R_1, comprimento l e com N_1 espiras
Solenóide 2 de raio de interno R_2, comprimento l e com N_2 espiras

Passando uma corrente I_1 no solenóide 1, é gerado um campo magnético

$$B_1 = \mu_0 \left(\frac{N_1}{\ell}\right) I_1 \qquad (r < R_1); \qquad B_1 = 0 \qquad (r > R_1)$$

O fluxo de campo magnético produzido pelo solenóide 1 sobre as N_2 espiras do solenóide 2

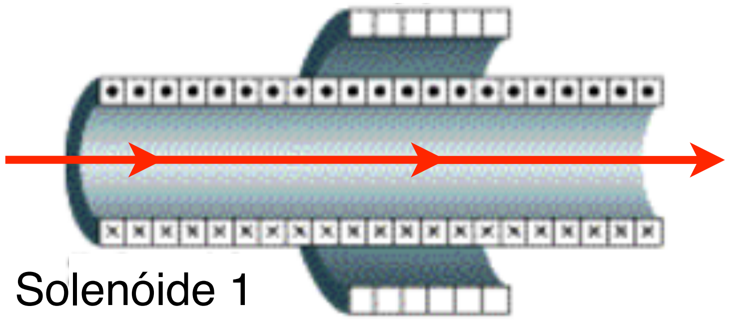
$$\Phi_{2(1)} = N_2 \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 = N_1 B_1 \, \pi R_1^2 = \frac{\mu_0 N_2 N_1 I_1 \pi R_1^2}{\ell}$$

$$\boxed{\Phi_{2(1)} = L_{21} I_1 \qquad L_{21} = \frac{\mu_0 N_2 N_1 \pi R_1^2}{\ell}}$$

L_{21} é chamada de indutância mútua entre os indutores 1 e 2

Unidades: $\dfrac{\Phi}{I} = \dfrac{Wb}{A} \quad ; \quad 1\dfrac{Wb}{A} = 1H$

Indutância mútua e auto indutância



Solenóide 1 de raio de interno R_1, comprimento l e com N_1 espiras
Solenóide 2 de raio de interno R_2, comprimento l e com N_2 espiras

Passando uma corrente I_2 no solenóide 2, é gerado um campo magnético

$$B_2 = \mu_0 \left(\frac{N_2}{\ell} \right) I_2 \qquad (r < R_2); \qquad B_2 = 0 \qquad (r > R_2)$$

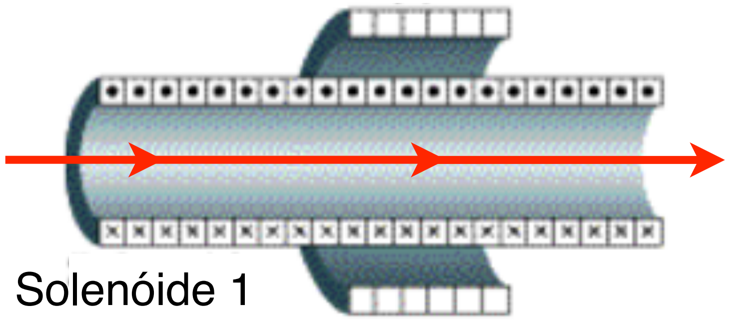
O fluxo de campo magnético produzido pelo solenóide 2 sobre as N_1 espiras do solenóide 1

$$\Phi_{1(2)} = N_1 \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 = N_1 B_2 \, \pi R_1^2 = \frac{\mu_0 N_2 N_1 I_2 \pi R_1^2}{\ell}$$

$$\boxed{\Phi_{1(2)} = L_{12} I_2 \qquad L_{12} = \frac{\mu_0 N_2 N_1 \pi R_1^2}{\ell} = L_{21}}$$

Note que $L_{12} = L_{21}$

Indutância mútua e auto indutância



Solenóide 1 de raio de interno R_1, comprimento l e com N_1 espiras
Solenóide 2 de raio de interno R_2, comprimento l e com N_2 espiras

Além de produzirem fluxo de campo magnético sobre o outro, eles também produzem em si próprios

$$\Phi_{11} = N_1 \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 = N_1 B_1 \, \pi R_1^2 = \frac{\mu_0 N_1^2 I_1 \pi R_1^2}{\ell}$$

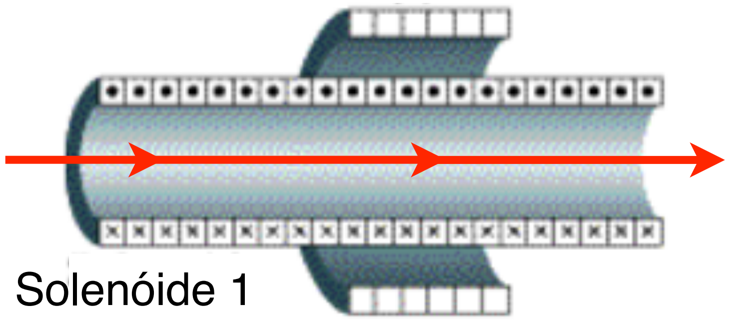
$$\Phi_{22} = N_2 \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 = N_2 B_2 \, \pi R_2^2 = \frac{\mu_0 N_2^2 I_2 \pi R_2^2}{\ell}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \Phi_{11} = L_{11} I_1 & L_{11} = \dfrac{\mu_0 N_1^2 \pi R_1^2}{\ell} \\ \Phi_{22} = L_{22} I_2 & L_{22} = \dfrac{\mu_0 N_2^2 \pi R_2^2}{\ell} \end{array}}$$

L_{11} e L_{22} são as auto-indutâncias dos solenóide 1 e 2 respectivamente

Note que L_{11}, L_{22}, L_{12} e L_{21} só dependem de aspectos geométricos dos indutores

Indutância mútua e auto indutância



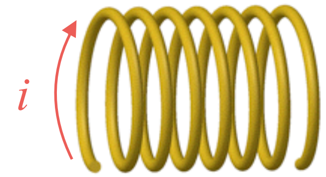
Se pelo solenóide 1 passa uma corrente I_1 e pelo solenóide 2 passa uma corrente I_2

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= L_{11} I_1 + L_{12} I_2 \\ \Phi_{22} &= L_{21} I_1 + L_{22} I_2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{11}}{dt} &= L_{11}\frac{dI_1}{dt} + L_{12}\frac{dI_2}{dt} \\ \frac{d\Phi_{22}}{dt} &= L_{11}\frac{dI_1}{dt} + L_{12}\frac{dI_2}{dt} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \epsilon_1 &= -L_{11}\frac{dI_1}{dt} - L_{12}\frac{dI_2}{dt} \\ \epsilon_2 &= -L_{11}\frac{dI_1}{dt} - L_{12}\frac{dI_2}{dt} \end{aligned}$$

Com um indutor apenas: $\epsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$

Energia magnética armazenada no indutor



f.e.m. induzida: $\epsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$

Potência dissipada: $P = \epsilon i$

Potência fornecida para ter uma corrente i: $P = -\epsilon i = L\dfrac{di}{dt}i$

A energia total despendida para estabelecer uma corrente I:

$$U = \int_0^I P dt = \int_0^I Li\frac{di}{dt}dt = L\int_0^I idi = \frac{1}{2}LI^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = \frac{1}{2}LI^2}$$

Para um solenóide com N espiras e comprimento l: $B = \mu_0\dfrac{N}{\ell}I$

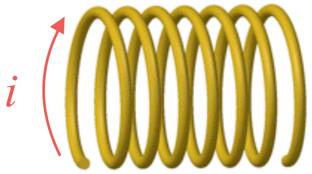
$L = \mu_0\dfrac{N^2}{\ell}S$ onde S é a área da seção reta do solenóide

$$U = \frac{1}{2}\mu_0\frac{N^2}{\ell}SI^2 \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{2}\left(\mu_0\frac{N}{\ell}I\right)^2\frac{\ell S}{\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0}V$$

volume do solenóide

Energia magnética armazenada no indutor

Densidade volumétrica de energia: $u = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$



Este resultado é bastante geral. Onde existe um campo magnético com intensidade B, há uma densidade de energia magnética

$$\boxed{u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

Semelhante ao caso elétrico $u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Densidade de energia eletromagnética $\boxed{u_{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}}$